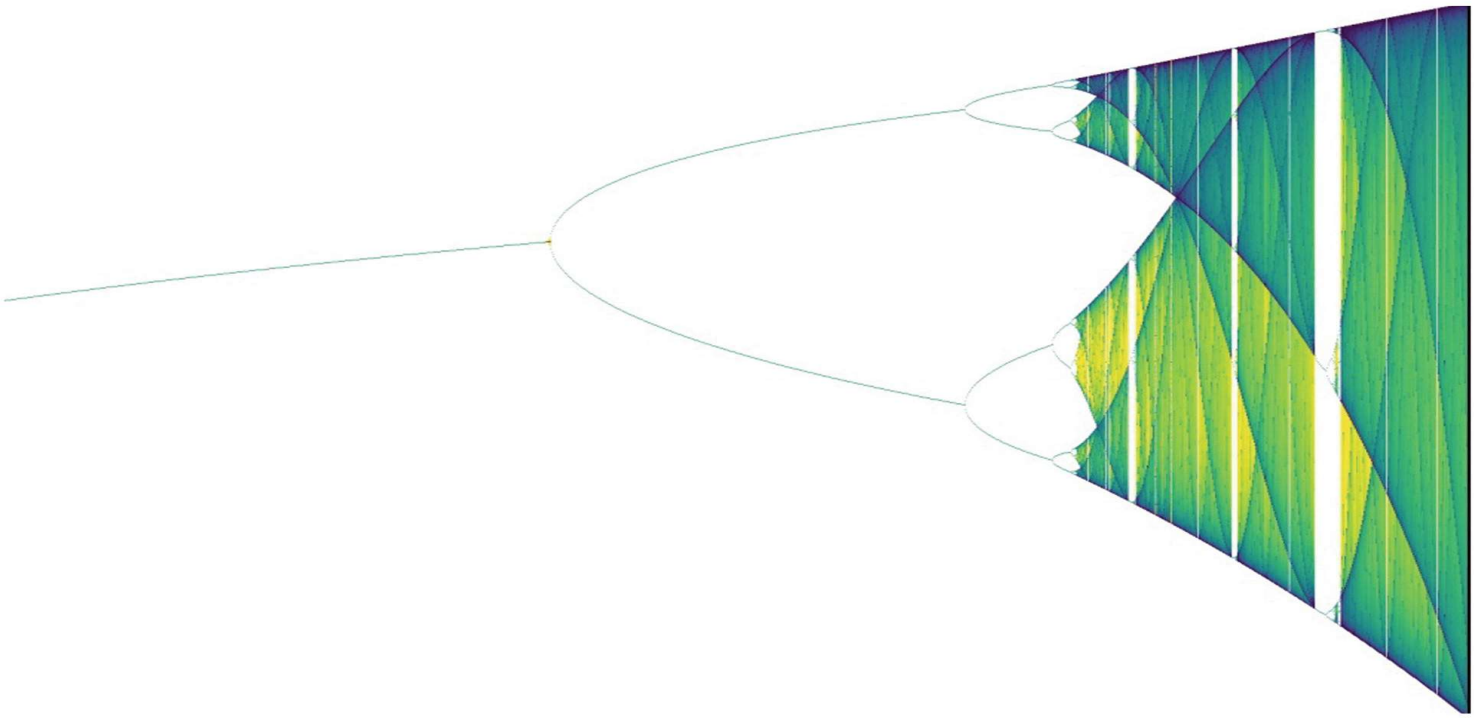


مقاله علمی-ترویجی

طراحی و ساخت سیستم آزمایشگاهی مهره و حلقه و رسم دیاگرام انشعاب آن

عارف شاه منصوریان، گروه مهندسی برق کنترل، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره)، قزوین، ایران، shahmansoorian@eng.ikiu.ac.ir

مهدی فرهنگ رنجبر، گروه مهندسی برق کنترل، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره)، قزوین، ایران، mahdifarhang1374@gmail.com

چکیده

دوشـاخگی (انشـعاب)ها در علوم زیسـتی، پزشـکی و صنعت کاربرد دارند. در این مقاله ابتدا به اهمیت و کاربردهای انشعاب و انواع آن پرداخته شده است. سپس به طور خاص سیستم حلقه و مهره را به دو صورت تئوری و آزمایشگاهی بررسی نموده، که با انجام آزمایشات تئوری و عملی نوع انشـعاب آن مشـخص شـده است. در بحث آزمایشگاهی برای به دسـت آوردن دیاگرام انشعاب از یک سنسور جهت اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای و از یک ابزار برای خواندن موقعیت مهره استفاده شده است. در نتیجه دیاگرام انشعابی که از انجام آزمایش به دست می‌آید، از آن جهت اهمیت دارد که یک ابزار اساسی برای مطالعه تغییر رفتار سیستم با تغییر پارامترهای سیستم است.

کلمات کلیدی: انشعاب، انشعاب چنگالی، دیاگرام انشعاب، دینامیک غیرخطی، سیستم حلقه و مهره

Design and Construction of a Laboratory System for Bead and Hoop and Drawing its Bifurcation Diagram

aref shahmansoorian, Department of Electrical Control Engineering, Faculty of Engineering, Imam Khomeini International University, Qazvin-Iran, shahmansoorian@eng.ikiu.ac.ir

mahdi farhang ranjbar, Department of Electrical Control Engineering, Faculty of Engineering, Imam Khomeini International University ,Qazvin-Iran, mahdifarhang1374@gmail.com

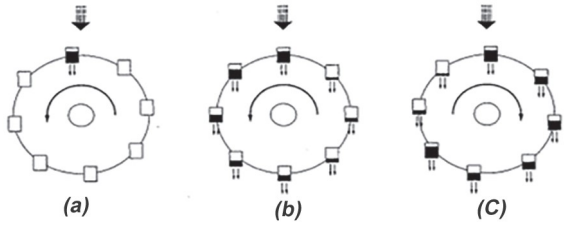
Abstract

Bifurcations are used in the biological, medicine and industry. In this article, first, the importance and applications of bifurcation and its types are discussed. Then, in particular, the hoop and bead system has been studied in both theoretical and laboratory forms, which have been determined by performing theoretical and practical experiments. In the laboratory discussion, a sensor for measuring angular velocity and a tool for reading the position of the bead were used to obtain a bifurcation diagram. As a result, the bifurcation diagram obtained from the experiment is important because it is an essential tool for studying system behavior change in response to changes in system parameters.

Keywords: Bifurcation, Hoop and Bead system, Pitchfork Bifurcation, Bifurcation Diagram, Nonlinear Dynamic

۱- مقدمه

تنوع رفتار سیستم‌های دینامیکی درجه اول محدود است و تمامی پاسخ‌ها یا به یک نقطه می‌رسند و یا به بی نهایت می‌روند. حال این سوال به وجود می‌آید که چه ویژگی‌هایی در سیستم‌های دینامیکی درجه اول اهمیت دارند؟ پاسخ را می‌توان با بررسی در سیستم‌های درجه اول یافت. وابستگی به پارامترها یکی از عوامل مهم و جالب در مورد سیستم های درجه اول است، یعنی با تغییر پارامتر، پایداری نقاط ثابت تغییرمی‌کند[۱]. برای درک بهتر مفهوم نقاط ثابت و همچنین انشعاب، سیستم چرخ آبی را مطابق شکل(۱) درنظر می‌گیریم.



شکل ۱: سیستم چرخه آبی[۱].

یک مدل مکانیکی منظم از معادلات لورنز توسط ویلیام مالکوس و لو هوارد در دهه ۱۹۷۰ در MIT اختراع شد که آب از بالا درون لیوان‌ها ریخته می‌شود حال بسته به شرایط اولیه با افزایش فلو می‌توان پایداری سیستم را بهم زد و سپس آن را آشوبناک کرد. در واقع نظریه آشوب[۱] شاخه‌ای از ریاضیات است که به بررسی رفتار آن دسته از سیستم‌های دینامیکی می‌پردازد که به شرایط اولیه بسیار حساس هستند. شالوده اصلی نظریه آشوب این ایده است که نظم و آشوب همیشه مخالف و در مقابل هم نیستند. سیستم‌های آشوبناک ترکیبی جذاب از نظم و آشوب هستند. از بیرون که به آن‌ها نگاه کنیم رفتاری غیرقابل پیش‌بینی دارند و بی‌نظمی از خود نشان می‌دهند، اما در درون این سیستم‌ها یک مجموعه از معادلات قطعی می‌بینیم که با نظم کار می‌کنند. امروزه نظریه آشوب به‌عنوان یک روش قوی و مفید جهت بررسی سیستم‌های پیچیده مطرح است و افق‌های جدیدی را در فهم رفتار سیستم‌های مکانیکی، سیستم‌های صوتی، سیال‌ها، سیستم‌های شیمیائی، سیستم‌های نوری، اکوسیستم‌ها و سیستم‌های زیستی باز کرده است. مفهوم آشوب یکی از مفاهیم جدید و بنیادی علم نوین است. به طور کلی می‌توان گفت که آشوب رفتاری به ظاهر تصادفی و بی‌نظم است که در بسیاری از پدیده‌های دنیای واقعی رخ می‌دهد[۲]. به‌عنوان مثال از آشوب می‌توان در الگوریتم بهینه‌سازی جستجو برای ابر کروی[۳]، سرکوب سیگنال‌های آشوبناک قلبی[۴] استفاده نمود. حال به بررسی عملکرد سیستم چرخ آبی در شکل(۱) می‌پردازیم. در واقع در حالت نخست چرخه ثابت است و لیوان بالایی به‌عنوان یک نقطه ثابت عمل می‌کند، به محض اینکه آب، درون لیوان بالایی مطابق شکل اول ریخته شود، چرخه شروع به حرکت می‌کند و لیوان‌ها در یک جهت بیشتر از جهت دیگر پر می‌شوند مانند شکل دوم و سپس جهت چرخش تغییر می‌نماید، یعنی نوعی تقارن به وجود می‌آید (شکل سوم). پس به‌طور کلی ابتدا چرخه ثابت بوده و بعد از ریخته شدن آب درون لیوان‌ها پایداری چرخ آبی تغییر کرده است که این خود نمونه بارزی از انشعاب می‌باشد. پس طبق این مثال نظریه آشوب با انشعاب مرتبط می‌باشد. یعنی با از بین رفتن پایداری، سیستم دچار آشوب گردید که این خود باعث به وجود آمدن دوشاخگی یا همان انشعاب می‌باشد.

حال با توجه به مطالب بیان شده می‌توان به این نتیجه رسید که نقاط ثابت ممکن است با تغییر پارامترها از بین بروند یا به وجود آیند و یا پایداری آنها دستخوش تغییر شود. این تغییر کیفی در دینامیک را دوشاخگی(انشعاب)[۲] گویند. به مقادیری که این تغییرات در آن اتفاق می‌افتد، نقاط انشعاب گویند[۱]. انشعاب‌ها در صنایع مختلف، علوم زیستی و پزشکی و ... کاربردهای زیادی دارند. از جمله کاربردهایی که تاکنون از انشعاب‌ها در پژوهش‌های محققان دیده شده می‌توان به تشخیص هویت هر فرد با استفاده از شبکیه چشم[۵]، جمعیت حشرات[۶]، سیستم دینامیکی مرتبه دوم با کاربرد باران اسیدی و فروپاشی جنگل[۷] همچنین تاثیر غلظت پروتئین بر ژن و بهبود عملکرد آن[۸] نام برد.

در این مقاله در بخش ۲ انواع انشعاب‌ها به صورت اختصار معرفی شده‌اند، سپس در بخش ۳ به بررسی تئوری ساخت آزمایش مهره و حلقه پرداخته می‌شود و در بخش آخر طراحی و ساخت سیستم حلقه و مهره بررسی می‌گردد.

۲- انواع انشعاب‌ها

در بخش ۱ به تعریف و توضیح انشعاب و کاربردهای آن پرداختیم، حال می‌خواهیم انواع انشعاب‌ها را به طور مختصر معرفی کنیم تا بیشتر با انشعاب یا همان دوشاخگی آشنا شویم.

۲-۱- انشعاب گره زینی[۳]

این نوع انشعاب مکانیسمی است که به‌وسیله آن نقاط ثابت به وجود می‌آیند و نابود می‌شوند. وقتی یک پارامتر تغییر می‌کند، دو نقطه ثابت به هم برخورد می‌کنند و از بین می‌روند، که به‌طور معمول فرم نرمال این نوع انشعاب به‌صورت زیر می‌باشد[۱]:

$$\dot{x} = r \pm x^2$$

برای رسم دیاگرام انشعاب گره زینی که به فرم $\dot{x} = r \pm x^2$ می‌باشد، ابتدا باید نقاط ثابت را به دست بیاوریم.

حال معادله $\dot{x} = r + x^2$ را در نظر می‌گیریم. که نقاط ثابت این معادله برابر است با:

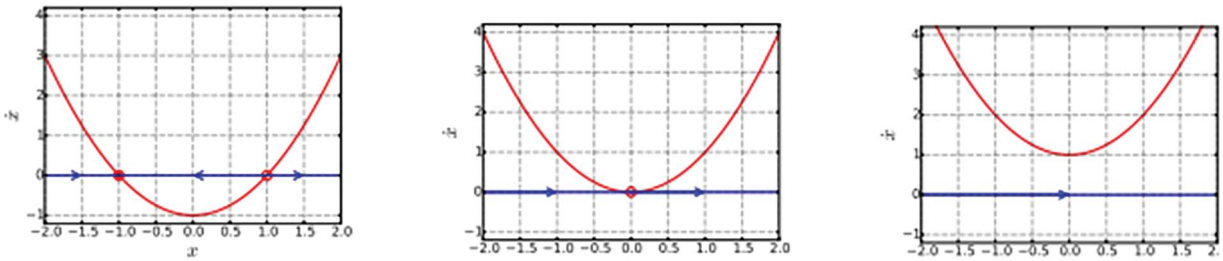
$$r + x^2 = 0 \rightarrow x^* = \pm\sqrt{-r}$$

سه حالت پیش می‌آید: ۱) اگر $r<0$ باشد، دو نقطه ثابت داریم. ۲) اگر $r=0$ باشد، دو نقطه ثابت به هم برخورد می‌کنند. ۳) اگر $r>0$ باشد، دیگر هیچ نقطه ثابتی نداریم. این موضوع در شکل (۲) نمایش داده شده است.

همان‌طور که از شکل‌های (۲) مشاهده می‌شود تعداد نقاط ثابت سیستم وقتی r از صفر عبور می‌کند تغییر می‌نماید. پس انشعاب در نقطه $r^*=0$ رخ می‌دهدو دیاگرام انشعاب آن به صورت شکل(۳) می‌باشد. برای راحتی در رسم دیاگرام انشعاب ابتدا $r=-x^2$ را رسم می نماییم، سپس محور x و r را برعکس کرده تا دیاگرام انشعاب به دست بیاید. که در شکل های(۳) و (۴) قسمت‌های نقطه چین نقاط ناپایدار و قسمت‌های تو پر منحنی نقاط پایدار را نشان می‌دهند.

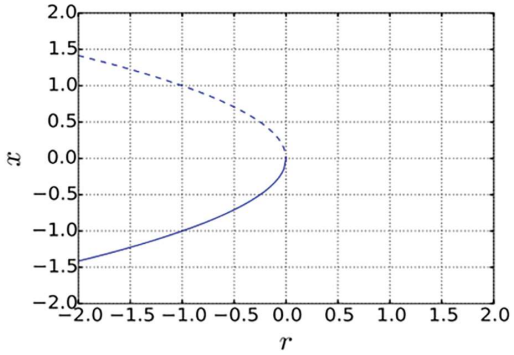
به‌طور مشابه همین روش را می‌توان برای معادله $\dot{x} = r - x^2$ پیاده نمود، که دیاگرام انشعاب آن به‌صورت شکل (۴) می‌باشد.

در [۹] و [۱۰] بررسی پایداری ولتاژ سیستم قدرت، ضمن به کارگیری تئوری اولیه انشعاب و اثرات آن بر روی پایداری سیستم، منجر به موضوع انشعاب نوع زینی شده است.

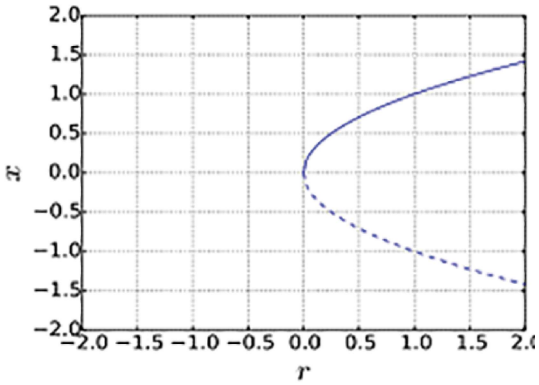


(الف) (ب) (ج)

شکل۲: نمودار (الف) هیچ نقطه ثابتی وجود ندارد، برای حالت r>۰ نمودار (ب) یک نقطه نیمه پایدار برای حالت r=۰ نمودار (ج) دو نقطه ثابت، یکی پایدار و دیگری ناپایدار برای حالت r<۰



شکل ۳: دیاگرام انشعاب برای سیستم $\dot{x} = r + x^2$



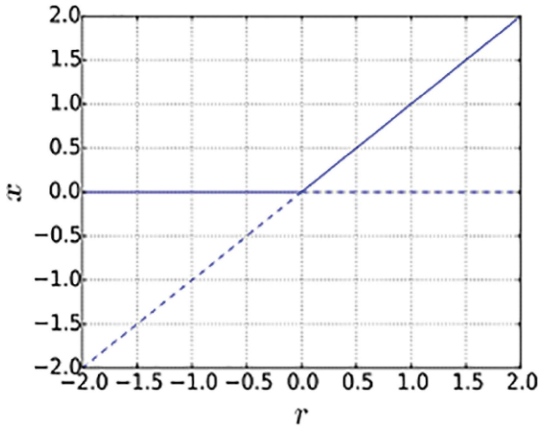
شکل۴: دیاگرام انشعاب برای سیستم $\dot{x} = r - x^2$

۲-۲- انشعاب ترنس کریتیکال[۴]

حالت‌هایی در سیستم وجود دارد که یک نقطه ثابت وجود دارد اما چنین نقطه ثابتی ممکن است با تغییر پارامتر، پایداری آن تغییر کند. اصطلاح ترنس کریتیکال برای توصیف چنین نوع از انشعاب به کار می‌رود. تفاوت اساسی بین انشعاب گره زینی و ترنس کریتیکال آن است که برخلاف حالت زینی در حالت ترنس کریتیکال دو نقطه ثابت همیشه وجود دارند و بعد از انشعاب از بین نمی‌روند، در عوض فقط پایداری آنها از یکی به دیگری منتقل می‌شود[۱]. فرم استاندارد انشعاب ترنس کریتیکال به صورت زیر می‌باشد:

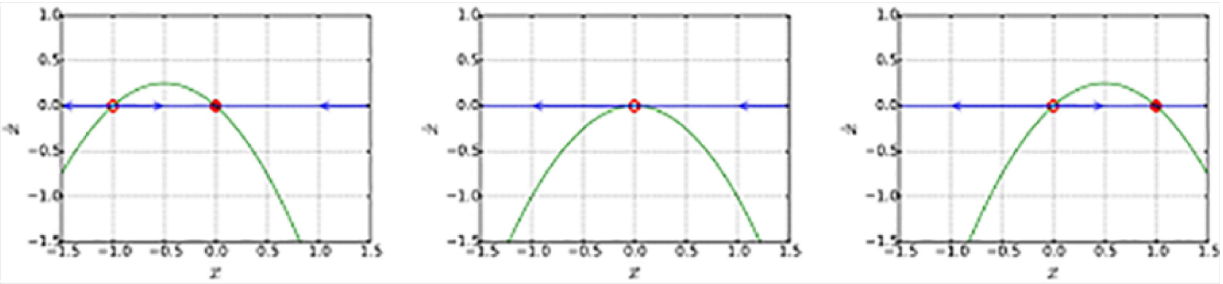
$$\dot{x} = x(r - x)$$

نقاط ثابت سیستم بالا عبارتند از $x^*=0$ و $x^*=r$ که پایداری این نقاط در $r = 0$ تغییر می‌کند اما هرگز این نقاط ثابت از بین نمی‌روند. همان‌طور که در شکل (۵) به صورت گرافیکی نشان داده شده است. دیاگرام انشعاب ترنس کرتیکال در شکل(۶) رسم شده است.



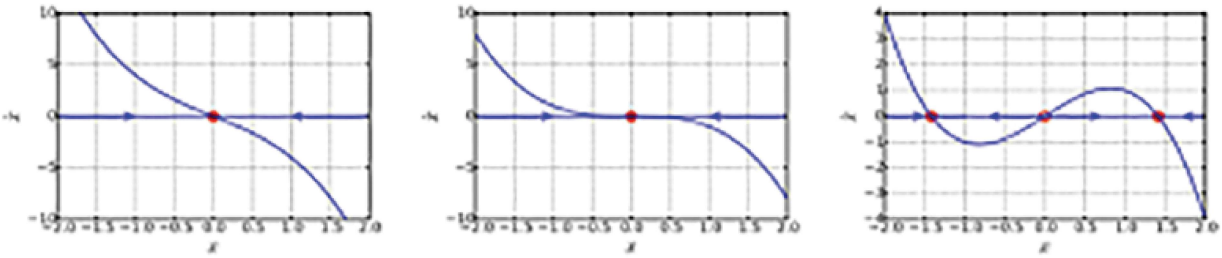
شکل۶ : دیاگرام انشعاب برای سیستم

در شکل(۶) قسمت‌های نقطه چین منحنی نقاط ثابت ناپایدار و



(الف) (ب) (ج)

شکل ۵: نمودار (الف) برای حالتی که r>۰ نمودار (ب) برای حالتی که r=۰ نمودار (ج) برای حالتی که r<۰



(الف) (ب) (ج)

شکل ۷: نمودار (الف) برای حالت r>۰ نمودار (ب) برای حالت r=۰ نمودار (ج) برای حالت r<۰

قسمت‌های توپر نقاط ثابت پایدار هستند. و همچنین انشعاب در $r^*=0$ اتفاق می‌افتد.

۲-۳-انشعاب چنگالی[۵]

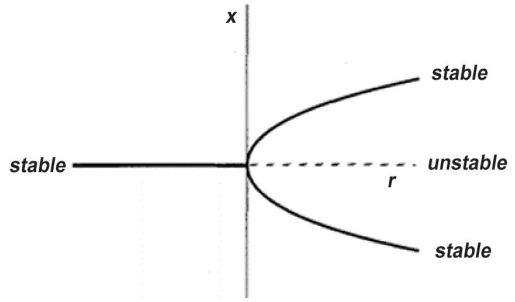
این نوع انشعاب در سیستم‌های فیزیکی که تقارن دارند، متداول است. مانند میله‌ای که یک وزنه بالای آن بسته شده است، به‌عنوان کاربردی از انشعاب در[۱۱] بحث شده است. انشعاب چنگالی خود به دو دسته تقسیم می‌شود: ۱- سوپرکریتیکال[۶](فوق بحرانی) ۲- ساب کریتیکال[۷](زیر بحرانی) که در هر دو دسته تعداد نقاط و پایداری مبدا تغییر می‌کند. فرم هریک از این دسته‌ها به همراه نمودارهای آن به صورت زیر می‌باشد[۱]:

انشعاب سوپر کریتیکال :

$$\dot{x} = rx - x^3$$

که نقاط ثابت سیستم فوق عبارتند از: $x^*=0$ و $x^*=\pm\sqrt{r}$ که برای حالت‌های مختلف r نمودارهای سیستم فوق در شکل(۷) رسم شده است.

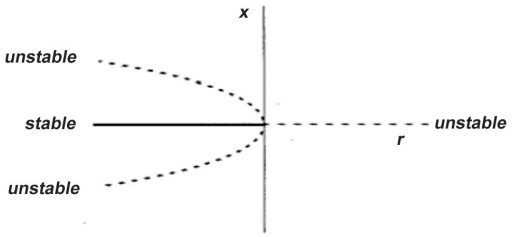
در شکل(۷)، در نمودارهای (الف) و (ب) نقطه صفر پایدار است و در نمودار(ج)، نقطه صفر ناپایدار است. دیاگرام انشعاب آن به صورت شکل(۸) می‌باشد.



شکل۸: نمودار انشعاب غیرخطی فوق بحرانی

انشعاب ساب کریتیکال(زیر بحرانی):

$$\dot{x} = rx + x^3$$

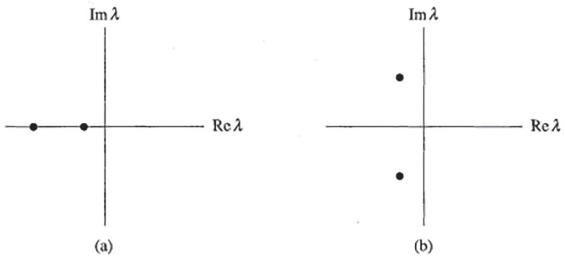


شکل۹: نمودار انشعاب غیرخطی زیربحرانی

۲-۴- انشعاب هاپف[۸]

در این بخش نوع دیگری از انشعاب‌ها را بررسی می‌کنیم که مخصوص سیستم‌های درجه دوم می‌باشد. همچنین یک ویژگی قابل توجه دارد که آن را متمایز از دیگر انواع انشعاب‌ها می‌نماید و آن این است که یک نقطه ثابت پایداری خود را از دست می‌دهد بدون این که به نقاط دیگر برخورد کند.

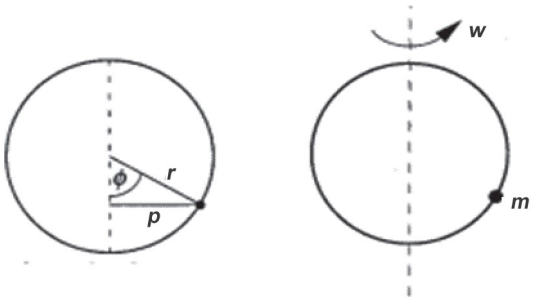
فرض می‌کنیم که یک سیستم دو بعدی یک نقطه ثابت پایدار دارد. همه حالاتی که ممکن است این نقطه ثابت پایداری خود را از دست بدهد زمانی است که یک پارامتری مانند μ تغییر می‌کند. همان‌طور که می‌دانیم زمانی یک نقطه ثابت پایدار است که مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبی حتما در نیم صفحه چپ باشند. حال یا هر دو حقیقی منفی هستند یا مزدوج با بخش حقیقی منفی و یا هر دو مزدوج روی محور $j\omega$ (شکل ۱۰) . در این بخش حالتی را بررسی می‌نماییم که هر دو مقدار ویژه مزدوج به طور هم زمان از محور $j\omega$ عبور کنند، یعنی از سمت چپ به سمت راست جابه‌جا می‌شوند[۱].



شکل ۱۰: نمایش مقادیر ویژه انشعاب هاپف روی دستگاه مختصات[۱]

۳- تئوری ساخت آزمایش مهره و حلقه

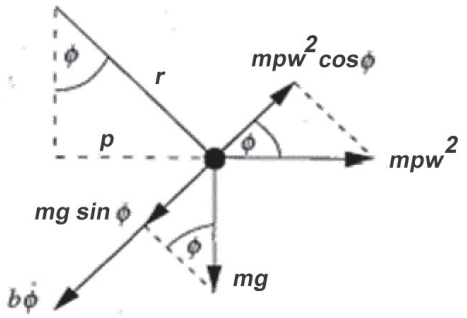
در این بخش سیستم مورد نظر را به صورت تئوری بررسی نموده و نوع انشعاب آن را مشخص می‌نماییم.



شکل ۱۱ : سیستم مهره و حلقه[۱]

همان‌طور که مشاهده می‌شود مهره‌ای به جرم m داخل حلقه‌ای با

سرعت زاویه ω در حال چرخش می‌باشد و بازه تغییرات φ برابراست با $-\pi < \varphi \leq \pi$. با توجه به شکل(۱۱) در صورت چرخش، به ازای هر زاویه مثبت، یک زاویه منفی هم داریم. یعنی نوعی تقارن در اینجا وجود دارد که این موضوع در شکل(۱۳) به‌طور کامل مشخص است. که در رسم دیاگرام انشعاب، تقارن آن نیز رسم می‌شود. حال با توجه به قانون نیوتن نیروهای وارده بر مهره را مطابق شکل(۱۲) مشخص نموده و معادلات مربوطه را برای آن می‌نویسیم[۱]:



شکل۱۲: نیروهای وارد شده بر مهره[۱]

$$mr\ddot{\varphi} = -b\dot{\varphi} - mgsin\varphi + m\rho\omega^{2}cos\varphi \quad (۱)$$

که

$$\rho = rsin\varphi \quad (۲)$$

داریم:

$$mr\ddot{\varphi} = -b\dot{\varphi} - mgsin\varphi + mr\omega^{2}sin\varphi cos\varphi \quad (۳)$$

معادله(۳) یک معادله دیفرانسیل درجه ۲ است و برای راحتی کار، این سیستم را با یک سیستم درجه اول تقریب می‌زنیم (یعنی ترم‌هایی که درجه ۲ هستند حذف می‌شوند) پس داریم:

$$b\dot{\varphi} = -mgsin\varphi + mr\omega^{2}sin\varphi cos\varphi \quad (۴)$$

$$b\dot{\varphi} = mgsin\varphi\left[\frac{r\omega^{2}}{g}cos\varphi - 1\right] \quad (۵)$$

که با توجه به معادله بالا نقاط ثابت آن برابراست:

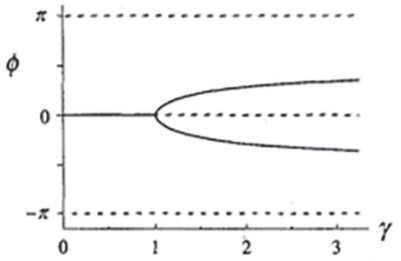
$$\sin\varphi^{*} = 0 \qquad \varphi^{*} = 0 \qquad \text{یا} \qquad \varphi^{*} = \pi$$

ولی جالب بودن قضیه در آن است که دو نقطه ثابت دیگر هم وجود دارد، اگر $\frac{r\omega^{2}}{g} > 1$ باشد، که تعریف می‌کنیم:

$$\frac{r\omega^{2}}{g} = \gamma \quad (۶)$$

$$\varphi^{*} = \pm cos^{-1}\left(\frac{g}{r\omega^{2}}\right) \quad (۷)$$

و حال معادله $cos\varphi^{*} = \frac{1}{\gamma}$ را به صورت گرافیکی حل می‌کنیم.
برای $\gamma > 1$ دو ریشه قرینه هم دارند. برای $\gamma \to \infty$ این ریشه برابر $\pm\pi/2$ می‌باشد.
با توجه به نتایج بدست آمده تمام نقاط ثابت را به‌عنوان تابعی از γ ترسیم می‌نماییم.(شکل۱۲)
که همان‌طور که در شکل (۱۳) مشاهده می‌شود بایفورکیشن در $\gamma = 1$ از نوع انشعاب چنگالی سوپر کریتیکال(فوق بحرانی) می‌باشد.



شکل ۱۳: دیاگرام انشعاب سیستم مهره و حلقه[۱]

همچنین می‌توان با خطی سازی کردن معادله (۳) به این نکته پی برد که مبدا به ازای $\gamma > 1$ پایدار است، یعنی برای خطی‌سازی، $\sin\varphi$ را φ و $\cos\varphi$ را برابر ۱ قرار می‌دهیم. داریم:

$$mr\ddot{\varphi} = -b\dot{\varphi} - mg\varphi + mr\omega^{2}\varphi \quad (۸)$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{-b\dot{\varphi}}{mr} - \frac{g\varphi}{r} + \omega^{2}\varphi \quad (۹)$$

برای به دست آوردن ماتریس خطی، ابتدا معادله (۹)را به فرم معادله فضای حالت می‌نویسیم. یعنی(با فرض در نظر گرفتن $x_1 = \varphi$):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{-b}{mr}x_2 - \frac{g}{r}x_1 + \omega^{2}x_1 \end{cases} \quad (۱۰)$$

حال ماتریس خطی‌سازی شده را به‌دست می‌آوریم:

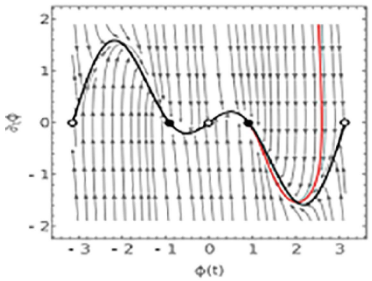
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{r} + \omega^{2} & -\frac{b}{mr} \end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

که مقادیر ویژه ماتریس بالا از معادله زیر به دست می‌آید:

$$\lambda^{2} + \frac{b}{mr}\lambda + \frac{g}{r} - \omega^{2} = 0 \quad (۱۲)$$

حال شرط اینکه مبدا پایدار باشد این است که دو ریشه معادله (۱۱) منفی باشد، که این شرط مستلزم این است که $\omega < \sqrt{\frac{g}{r}}$

شکل (۱۴) دیاگرام صفحه فاز سیستم حلقه و مهره می‌باشد و بیانگر این نکته است که با تغییر ω مبدا پایداری خود را از دست داده و نقاط ثابت جدیدی به‌وجود می‌آیند و این خود یعنی همان دوشاخگی(انشعاب) که مسیر از مبدا فرار می‌کند و دورتر می‌شود.



شکل۱۴ : دیاگرام صفحه فاز سیستم حلقه و مهره

حال به تعبیر فیزیکی آنچه که در بالا به آن اشاره شد می‌پردازیم:

وقتی $\gamma < 1$ باشد، حلقه آهسته می‌چرخد و نیروی گریز از مرکز خیلی ضعیف است و نمی‌تواند بر جاذبه غلبه کند و از این‌رو مهره در پایین حلقه می‌ایستد. اما اگر $\gamma > 1$ باشد، نیروی گریز از مرکز بزرگ است و نقطه ثابت پایین ناپایدار می‌شود و کوچکترین انحراف از نقطه ثابت پایین تقویت می‌شود و از این‌رو مهره به طرف بالا کشانده می‌شود تا اینکه نیروی گریز از مرکز و نیروی جاذبه باهم به تعادل می‌رسند، اینکه کدام نقطه(+ یا –) انتخاب می‌شود، بستگی به شرایط اولیه دارد (شکل۱۵). همان‌طور که ملاحظه می‌کنید معادله دیفرانسیل تقارن دارد[۱].

۴- طراحی و ساخت سیستم حلقه و مهره

در طراحی و ساخت سیستم حلقه و مهره از یک سنسور جهت تشخیص سرعت زاویه ای و یک ماژول جهت کنترل سرعت موتور و یک نقاله برای موقعیت مهره استفاده شده است که به معرفی و خصوصیات هر یک از سنسورها می‌پردازیم.

ماژول فرستنده و گیرنده مادون قرمز: که برای اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای مهره، هنگامی که حلقه در حال چرخش می‌باشد استفاده می‌شود.

این سنسور را دقیقا روبه‌روی حلقه قرار می‌دهیم و با چرخش حلقه، سنسور مادون قرمز در هر بار چرخش، سرعت زاویه‌ای مهره را اندازه‌گیری می‌کند.

ویژگی‌های ماژول فرستنده و گیرنده مادون قرمز:

- ولتاژ کاری بین ۳ تا ۵ ولت
- جریان مصرفی در ۵ ولت حدود ۳۰ میلی‌آمپر
- فاصله تشخیص موانع ۲تا۳۰ سانتی متر
- دارای پیچ تنظیم بیشینه فاصله قابل تشخیص
- دارای آپ-امپ LM ۳۳۹
- دارای LED نمایش‌دهنده تشخیص موانع
- دارای LED نمایش‌دهنده وصل بودن تغذیه

ماژول کنترلر دور موتور ۱۰ آمپر PWM DC 10A:

ماژول کنترل سرعت موتور PWM یک ماژول بسیار پر کاربرد در رباتیک و صنایع مختلف می‌باشد. با استفاده از این ماژول و توان جریان‌دهی حداکثر ۱۰ آمپر می‌توان دور موتور DC را مدیریت نمود. ولتاژ کاری آن بین ۱۲ تا ۴۰ ولت می‌باشد.

ابتدا سیستم مهره و حلقه را مطابق شکل (۱۷) بر روی موتور سوار می‌کنیم. سپس با راه اندازی موتور و با استفاده از ماژول PWM سرعت موتور را کنترل نموده، به عبارت دیگر سرعت موتور را بالا و پایین می بریم و سپس با استفاده از ماژول فرستنده و گیرنده مادون قرمز که رو به‌روی حلقه قرار دارد، سرعت مهره در هر بار چرخش را به دست آورده و در همان سرعت می‌توانیم با استفاده از یک نقاله موقعیت مهره را روی حلقه بخوانیم در نتیجه در هر سرعت، موقعیت آن را نیز به دست می‌آوریم که نتایج در جدول زیر آورده شده است.

نتایج اندازه‌گیری‌ها:

جدول شماره ۱: مقادیر مربوط به اندازه‌گیری سرعت و موقعیت

سرعت (rpm)	موقعیت(درجه)
۰	۰
۱۰۰	۰
۲۰۰	۰
۳۰۰	۵
۳۵۰	۱۵
۴۰۰	۴۵
۵۰۰	۷۰
۷۰۰	۸۸

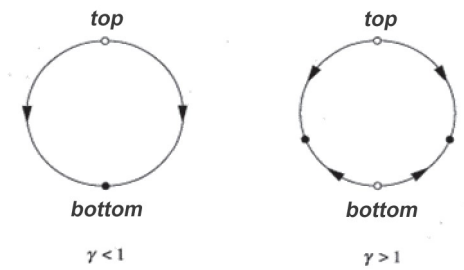
طبق بحثی که در بخش ۳ داشتیم، در صورت چرخش مهره در حلقه، به‌ازای هر زاویه مثبت، یک زاویه منفی داریم. حال با استفاده از جدول بالا دیاگرام انشعاب را رسم می‌نماییم.

اگر φ نقطه تعادل باشد، منفی φ نیز نقطه تعادل می‌باشد پس سیستم فوق نسبت به محور φ تقارن دارد همان‌طور که مشاهده می‌شود شکل (۱۸) تقریبا همانند شکل (۱۳)چنگالی بوده و تقارن دارد.

اکنون می‌خواهیم رفتار مهره را در هنگام چرخش حلقه، برای شرایط اولیه‌ی مختلف بررسی کنیم. به‌عنوان مثال اگر مهره در مبدا باشد در همان مبدا باقی خواهی ماند ولی اگر در نزدیکی مبدا باشد دیگر به سمت مبدا نخواهد رفت و به سمت نقطه تعادل دیگر خواهد رفت، حال اگر از اطراف همین نقطه ثابت (منظور نقطه ثابت غیر از مبدا می‌باشد) شروع به حرکت کند به سمت همان نقطه ثابت خواهد رفت و ماندگار خواهد شد. این دقیقا همان چیزی است که در دیاگرام صفحه فاز شکل(۱۴) آمده است.

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این مقاله ابتدا به کاربردهای انواع انشعاب در صنایع گوناگون پرداخته شد. سپس با در نظر گرفتن سیستم حلقه و مهره به صورت تئوری و ساخت آزمایشگاهی این سیستم و رسم دیاگرام انشعاب آن مشخص شد که نوع انشعاب، از نوع انشعاب چنگالی و از نوع



شکل۱۵: تعبیر فیزیکی سیستم مهره و حلقه[۱]

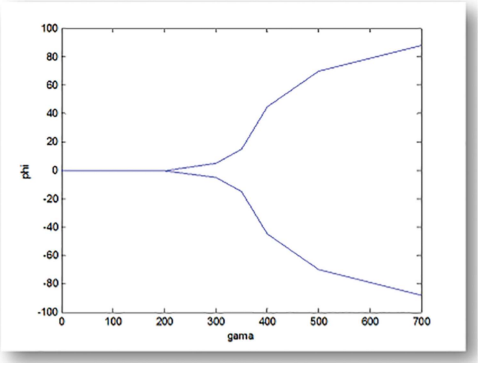
شکل۱۶: ماژول فرستنده و گیرنده مادون قرمز

شکل۱۷: سیستم مهره و حلقه

ادامه در صفحه۴۰

ادامه از صفحه۳۲

سوپر کریتیکال(فوق بحرانی) می‌باشد. که در آزمایشگاه دانشگاه برای معرفی انشعاب مفید است. در ادامه به‌عنوان پیشنهاد می‌توان برای سیستم ساخته شده در آزمایشگاه، کنترل کننده طراحی کرد یا شناسایی سیستم انجام داد. همچنین برای بررسی بیشتر انشعاب‌ها می‌توان سیستم مهره روی سیم مورب را به‌عنوان موضوع مقالات آتی در نظر گرفت.



شکل۱۸: دیاگرام انشعاب سیستم حلقه و مهره به‌دست آمده از طریق آزمایشگاه

پی‌نوشت‌ها

1 Chaos Theory
2 Bifurcation
3 saddle-node bifurcation
4 Transcritical Bifurcation
5 Pitchfork Bifurcation
6 supercritical
7 subcritical
8 HOPF bifurcation

مراجع

[1] H. strogatz, S. NONLINEAR DYNAMICS AND CHAOS. New York.. 1994.

[۲]هاشمی گلپایگانی، سیدمحمدرضا. آشوب و کاربردهای آن در مهندسی. انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر. ۱۳۹۸.

[۳]کلانتری،محمد.سهرابی،سکینه.رشیدیکنعان،حمیدرضا.کرمی،حسین.الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی ابرکروی مبتنی بر نظریه آشوب. نشریه مهندسی برق و مهندسی کامپیوتر ایران، سال۱۶، شماره۲. ۱۳۹۷. صص۱۲۱-۱۳۰.

[۴] به نیا،سهراب. ضیائی، جاوید. خداویردی زاده، مهدی. سرکوب سیگنال های آشوبناک قلبی با استفاده از روش کنترل پویا. لیزر در پزشکی، شماره۱. ۱۳۹۶. صص۲۶-۳۱.

[5] B. Patwari M, R. Manza R, M. Rajput Y, Saswade M, Deshpande N. Personal Identification algorithm based on Retinal Blood Vessels Bifurcation. International Conference on Intelligent Computing Applications. 2014.

[6] Ludwig, D., Jones, D. D., and Holling, C. S. Qualitative analysis of insect outbreak systems: the spruce budworm and forest. J. Anim. Ecol. 47, 3 15.1978.

[7] Muratori S, Rinaldi S. Catastrophic bifurcations in a second-order dynamical system with application to acid rain and forest collapse. (13)12, 674-681.1989.

[8] Liu, F., Mei, Q., Sun, F., Wang, X., O Wang, H. Stability and Neimark-Sacker bifurcation analysis for single gene discrete system with delay. Proceedings of the 37th Chinese Control Conference.2018.

[9] Lv, S., Ma, Y., Zhou, X., Gao, Z. Voltage Stability Analysis of Power System Based on Bifurcation Theory. International Conference on Mechatronics and Automation August 5 - 8, Changchun, China. 2018.

[۱۰] مجدی، نیما، ولایتی، محمدحسین. بررسی تأثیر مدلهای بار، پارامترهای سیستم تحریک و محدودیت توان راکتیو تولیدی ژنراتورهای سیستم قدرت در حد دینامیکی پایداری ولتاژ با استفاده از یک آنالیز ترکیبی. مجله مدل سازی در مهندسی.۲۰(۸)، (بهار ۱۳۸۹). صفحات ۳۹-۵۵.

[11] Sun,k,. Wang, X,. Yin, L,. Zhu, C. Chaos and bifurcations of the fractional-order unified system. International Workshop on Chaos-Fractal Theory and its Applications. 2010.

***

نامه کارشناسی ارشد دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه تهران، ۸۸۳۱.

[5] M.E. Newman, 'modularity and community structure in networks". Proc. Of the national academy of sciences, 103.23, 8577-8582, 2006.

[6]A.Said, R.A. Abbasi, O.maqbool, A. Daud and N.R Aljohani, ''CC-GA: A clustering coefficient based genetic algorithm for detecting communities in social networks'', Applied Soft Computing, 63, pp.59-70,2018.

[7]A. Biswas and B.Biswas, ''Defining quality metrics for graph clustering evaluation'', Expert Systems with Applications, Vol.71,pp.1-17,2017.

[8]A.A Bara'a and H.S Khoder, ''A new multi objective evolutionary framework for community mining in dynamic social networks'', Swarm and Evolutionary Computation, Vol.31, pp. 90-109,2016.

[9] M. Girvan and M.E. Newman, "Community structure in social and biological network'' , Proc. Of the national academy of sciences, 7821-7826,2002.

[10] D. Greene, D. Doyle and P. Cunningham, ''Tracking the evolution of communitiesin dynamic social networks'', Int. Conf. on advances in social networks analysis and mining. IEEE, 2010.

[11] Z. Shi, W. Chen, L. Yue, J. Han and L. Feng, ''User relation predication based on matrix factorization and hybrid particle swarm optimization'', Proc. Of the 26th Int. conf. on Wold Wider Web Companion. 2017.

[12] E. Zamudio, L.S. Berdun and A.A. Amandi, ''Social networks and genetic algorithms to choose committees with independent members'' , Expert Systems with Applications, Vol. 43, pp. 261-270,2016.

[13] G.Rossetti, L.Papparardo, D.Pedreschi and F. Ginnotti, ''Tiles: on online algorithm for community discovery in dynamic social networks'' , Machine Learning, Vol. 106.8, pp.1213/1241,2017.

[14] M.E.J. Newman, ''Community detection in networks: Modularity optimization and maximum likelihood are equivalent'', Phys. Rev. E 94, 052315, Nov 2016.

[15] S.S Hoseini and S.H. Abbasi, ''A new method for community detection in social networks based on message distribution'' , Int J.I of Computer Science and Network Security, Version 17, pp. 298-308,2017.

[16] C.Xu, H. Zhang, B Lu and S. Wu, "Local Community Detection Using Social Relations And Topic Features in Social Networks'', Chinese Computatinal Linguistics and Natural Language Processing Based on Naturally Annotated Big Data. Springer, Cham, pp. 371-383,2017.

[17] F.Ullah and S. Lee , ''Community clustering based on trust modeling weighted by user interests in online social networks'', Chaos, Solitons & Fractals, Version 103, pp. 194-204,2017.

[18] K.M. cogan r and A.R.M Jcob , ''A fast DBSCAN clustering algorithm by accelerating neighbor searching using Groups method'', Pattern Recognition, Vol. 58, pp. 39-48,2016.

[19] J.Sanchez-Oro and A. Duarte, ''Iterated Greedy algorithm for performing community detection in social networks'', Future Generation Computer Systems, 2018.

[20] A.Azad, G.A. Pavlopoulos, C.A. Ouzounis, N.C. Kyrpides and A. Buluc, ''HipMCL: a high-performace parallel implementation of the Markov clustering algorithm for large-scale networks'' , Nucleic acaid research, 46.6, e33-e33, 2018.

[21] K.R . Zalik, ''Evolution Algorithm for Community Detection in Social Networks Using Node Centrality'', In Intelligent Methods and Big Data in Industrial Applications, Springer, Cham, pp. 73-87,2019.

[۲۲]فاطمه ترشیزی نژاد، مهرداد جلالی، داوود بهره پور «روشی جهت تشخیص جوامع در شبکه‌های اجتماعی مبتنی بر الگوریتم رقابت استعماری»، دومین کنگره بین المللی فن آوری، ارتباطات و دانش، مشهد، 5102KCTCI، 4931.

[23] K.R. Zalik and B. Zalik, ''Multi-objective evolutionary algorithm using problem-specific generic operations for community detedtion in networks'' , Neural Computing and Applications , pp.1-14,2017.

***