

الگوریتم جدید برای ردیابی اهداف راداری با مانور بالا در مختصات قطبی مبتنی بر روش نویز معادل

علی کارساز / استادیار گروه برق / موسسه آموزش عالی خراسان / karsaz@khorasan.ac.ir

چکیده

روشی جدید بر اساس تبدیل ماتریس کواریانس خطا از دستگاه مختصات قطبی به کارتزین برای مساله ردیابی اهداف با مانور بالا ارایه گردیده است. با استفاده از این تبدیل، فیلتر کالمن خطی استاندارد می‌تواند برای دسته مسابلی که ردیابی اهداف با مانور در مختصات قطبی و بر اساس دریافت پارامترهای فاصله و سمت انجام می‌گیرد و معادله مشاهده آن‌ها غیرخطی است، بکار گرفته شود. این مقاله سعی دارد رابطه‌ای بین کواریانس نویز اندازه‌گیری شده در دستگاه مختصات قطبی و کواریانس نویز اندازه‌گیری شده در مختصات کارتزین برقرار کند. افزایش دقت تخمین پارامترهای هدف، و نیز سادگی پیاده سازی از جمله مزایای این تبدیل در مقایسه با روش‌های فیلتر کالمن توسعه یافته و فیلتر کالمن بی‌بو است. اجرای برنامه ردیابی هدف با در نظر گرفتن بازه وسیعی از سناریوهای هدف بر اساس روش تکرار مونت کارلو برتری روش پیشنهادی را نسبت به دو روش مرسوم نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: ردیابی اهداف با مانور، روش نویز معادل، تبدیل مختصاتی نویز اندازه‌گیری، فیلتر کالمن EKF، فیلتر کالمن UKF

A new Modified Algorithm for Target Tracking in Polar Coordinates Based on Equivalent Noise Methodology

Ali Karsaz/Assistant Professor of Electrical Engineering/Khorasan Institute of Higher Education/ karsaz@khorasan.ac.ir

Abstract

An innovation technique is presented to transform the maneuvering target tracking problems from Polar coordinates to Cartesian coordinates, therefore a standard linear Kalman filter can be easily applied to them. Extended Kalman filter and unscented Kalman filter are two conventional methodologies for nonlinear estimation. In this paper a new relation between measurement noise covariance in sensor coordinates and the measurement noise covariance in Cartesian coordinates for Kalman filter implementation is proposed. In addition the proposed technique is based on the well-known equivalent noise approaches. The simplicity of implementation and target tracking improvement with computation effort reduction, are three important advantages of the new approach comparing with extended Kalman filter and unscented Kalman filter. Simulation results show this modified filter can predict target parameters more effectively and accurately than EKF and UKF.

Keywords: High maneuvering target tracking, Equivalent noise method, Measurement noise transform, UKF, EKF.

روابط زیر برقرار است.

$$E\{v(n_1)v^T(n_2)\} = \begin{cases} R(n_1) & n_1 = n_2 \\ 0 & n_1 \neq n_2 \end{cases}$$

$$E\{w(n_1)w^T(n_2)\} = \begin{cases} Q(n_1) & n_1 = n_2 \\ 0 & n_1 \neq n_2 \end{cases}$$

$$E\{X(0)X^T(0)\} = \psi, E\{X(0)\} = 0$$

$$E\{w(0)\} = 0, E\{v(0)\} = 0$$

$$E\{v(\cdot)w(\cdot)^T\} = 0$$

که در آن $X(n)$ بردار حالات سیستم، $Z(n)$ بردار مشاهدات، $X(0)$ شرایط اولیه بردار حالت می باشد. $F(n)$ ماتریس گذار حالت، $G(n)$ ماتریس نویز سیستم است و $w(n)$ اغتشاش ورودی یا دینامیک سیستم، سفید و با کواریانس $Q(n)$ در نظر گرفته می شود. $H(n)$ ماتریس اندازه گیری و $v(n)$ نویز اندازه گیری بوده که به شکل گوسی با ماتریس کواریانس $R(n)$ فرض می شود. مشاهده می شود که در مدل بیزین، هر یک از عدم قطعیت های سیستم به شکل یک فرایند اتفاقی^۸ با ممان های مشخص^۹ بیان می شود. در بسیاری از کاربردها اغتشاش ورودی $W(\cdot)$ می تواند کاملاً ناشناخته^{۱۰} در نظر گرفته شود، به این گونه سیستم ها در مراجع ریاضی مدل های عدم قطعیت فیشر^{۱۱} گفته می شود [۱۳]. در مساله MTT برای یک هدف دو بعدی، مدل مشاهدات در مختصات کارتزین به شکل زیر است:

$$Z_c(n) = H(n)X_c(n) + V_c(n) \quad (2)$$

که اندیس c در رابطه (۲) بیانگر مدل سازی در مختصات کارتزین است. هر کدام از مقادیر رابطه بالا در رابطه (۳) آمده است.

$$X_c(n) = \begin{bmatrix} x(n) & v_x(n) & y(n) & v_y(n) \end{bmatrix}^T$$

$$V_c(n) = \begin{bmatrix} V_x(n) \\ V_y(n) \end{bmatrix} \quad Z_c(n) = \begin{bmatrix} Z_x(n) \\ Z_y(n) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} T^2/2 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T^2/2 & T \end{bmatrix}^T, H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$X_c(n)$ ماتریس حالات در مختصات کارتزین شامل موقعیت هدف در راستای محور x ، $v_x(n)$ سرعت هدف در راستای محور x و $y(n)$ و $v_y(n)$ به ترتیب موقعیت و سرعت در راستای محور y می باشد. به این ترتیب مدل ارابه شده (۱) با توجه به بردار حالت تعریف شده (۳) یک مدل سرعت ثابت است. ماتریس کواریانس خطای اندازه گیری شده در مدل کارتزین به شکل زیر می باشد.

$$R_c = E\{V_c(n)V_c^T(n)\} \quad (4)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) که روابطی خطی هستند یک فیلتر کالمن استاندارد به شکل زیر قابل پیاده سازی است [۲]:

$$\hat{X}(n+1|n+1) = F(n)\hat{X}(n|n) + K(n+1)[z(n+1) - H(n+1)F(n)\hat{X}(n|n)]$$

$$K(n+1) = \Sigma(n+1|n+1)H^T(n+1)R^{-1}(n+1)$$

$$\Sigma(n+1|n+1) = \quad (5)$$

برای ردیابی صحیح اهداف راداری با مانور MTT روش های زیادی در مقالات مختلف ارائه شده است [۱]-[۴]. فیلتر کالمن یک روش شناخته شده برای تخمین حالت سیستم های دینامیک خطی با معیار کمترین مربعات خطا می باشد که در سال ۱۹۶۰ توسط آقای کالمن معرفی گردید [۵]. در توسعه فیلتر کالمن خطی برای حل سیستم های غیرخطی در طول چند دهه گذشته روش های گوناگونی معرفی گردیده است، که متداول ترین آن ها فیلتر کالمن توسعه یافته (EKF) و در دو دهه اخیر فیلتر کالمن بی بو^۶ (UKF) پیشنهاد شده است. فیلتر EKF با تقریب خطی توابع غیرخطی، به طور گسترده ای برای تخمین ردیابی سیستم های غیرخطی بکار می رود [۶]-[۸]. فیلتر EKF که بر پایه خطی سازی درجه اول بنا شده است [۸]، در مواجهه با مسایل MTT دارای محدودیت هایی می باشد. در فیلتر EKF در مرحله خطی سازی نیاز به محاسبه ماتریس ژاکوبین بوده که در ردیابی اهداف با مانور بالا در برخی از سناریوها به علت تغییرات ناگهانی در شتاب هدف، محاسبه ماتریس ژاکوبین^۴ با مشکلات گوناگونی روبه رو است. به علت استفاده از تقریب مرتبه نخست در الگوریتم EKF در برخی از موارد محاسبه ماتریس کواریانس ژاکوبین که خود مبتنی بر تخمین مولفه های بردار حالت مرحله قبل است، با خطاهای زیادی روبه رو است که واگرایی فیلتر را در بر دارد. علاوه بر این حجم بالای محاسباتی در این الگوریتم با توجه به نیاز بلادرنگ^۵ در ردیابی هدف و اهمیت فوق العاده زمان در محاسبات، یکی از معضلات این روش می باشد [۹].

فیلتر کالمن بی بو با در نظر گرفتن یک مجموعه کمینه از بردارهای موسوم به بردار سیگمای^۷ حالات سیستم که توسط جولیور و اولمان [۹]-[۱۱] معرفی گردید، جایگزین خوبی برای فیلتر کالمن توسعه یافته و یک روش موثر در حل معادلات غیرخطی محسوب می شود. UKF حالات و کواریانس خطای تخمین سیستم غیرخطی را با دقت بیشتری نسبت به EKF بدست می آورد که البته مساله حجم بالای محاسبات و پیچیدگی پیاده سازی حتی بیشتر نسبت به روش EKF همچنان باقی می ماند [۱۰]-[۱۴].

در این مقاله، یک شیوه جدید برای تبدیل ماتریس کواریانس نویز اندازه گیری شده از مختصات قطبی به کارتزین، ارائه می شود. توضیح مختصری از مساله MTT در بخش (۲) آمده است. اصول کارکرد فیلتر کالمن اعم از خطی یا غیرخطی و بررسی اجمالی از الگوریتم های EKF و UKF در بخش های (۳)، (۴) و (۵) بیان می شود. در بخش (۶) فیلتر کالمن تصحیح شده پیشنهادی جهت برطرف نمودن مشکلات دو روش غیرخطی بیان شده ارائه شده است. عملکرد مناسب فیلتر پیشنهادی به ویژه برای اهداف با دینامیک نویزی بالا در بخش نتایج شبیه سازی بخش (۶) ذکر گردیده است و با نتایج بدست آمده با روش های بالا مقایسه شده است.

۲- مساله ردیابی اهداف با مانور

مدل رایج در شبیه سازی سیستم های عدم قطعیت زمان گسسته، فضای حالت به شکل مدل های استاندارد بیزین^۷ و فیشر است [۱۳]. مدل بیزین زمان گسسته برای سیستم های خطی عدم قطعیت به شکل زیر است:

$$X(n+1) = F(n)X(n) + G(n)w(n) \quad (1)$$

$$z(n) = H(n)X(n) + v(n)$$

در این مدل سازی فضای حالت برای ممان های متغیرهای تصادفی

$V_\theta(n)$ و $V_R(n)$ به ترتیب عنوان خطاهای اندازه‌گیری موقعیت و سمت هدف به صورت نویزهای سفید با توزیع گوسی بوده از این رو مقادیر ثابتی از انحراف معیار $(\delta_\theta(n), \delta_R(n))$ و واریانس معرفی می‌گردند. بنابراین $V_\theta(n)$ و $V_R(n)$ در هر لحظه مقادیری نامشخص با خصوصیات آماری معین داشته که بیشتر در به صورت تقریبی در کاتالوگ‌های رادار ذکر می‌شود و در اختیار کاربر می‌باشند و با توجه به تست‌های به عمل آمده از رادار در شرایط استاندارد تست، محاسبه شده و در کاتالوگ رادار ذکر می‌شود. $Z_\theta(n)$ و $Z_R(n)$ مشاهدات رادار بوده که در هر لحظه از زمان با خطاهای $V_\theta(n)$ و $V_R(n)$ در اختیار می‌باشند بنابراین $V_\theta(n)$ و $V_R(n)$ به شکل فرایندهای گوسی با میانگین صفر و انحراف معیارهای δ_θ ، δ_R در شبیه‌سازی‌ها در نظر گرفته می‌شود.

$$V_\theta(n) : N(0, \delta_\theta(n)) \quad V_R(n) : N(0, \delta_R(n))$$

$$R_p = E\{V_p(n)V_p^T(n)\} = \begin{bmatrix} \delta_{R\theta}^2(n) & \delta_{R\theta}(n) \\ \delta_{\theta R}(n) & \delta_\theta^2(n) \end{bmatrix}$$

$$V_p(n) = \begin{bmatrix} V_R(n) \\ V_\theta(n) \end{bmatrix} \quad (7)$$

در رابطه بالا $\delta_{R\theta}$ کواریانس خطای مشترک R و θ است که در صورت ناهمبسته بودن می‌توان آن را صفر فرض نمود. R_p ماتریس کواریانس خطا در مختصات قطبی می‌باشد. روابط بین $R(n)$ و $\theta(n)$ در مختصات قطبی و بردار حالت سیستم $X_c(n)$ در مختصات کارتزین به شکل زیر است:

$$R(n) = \sqrt{x^2(n) + y^2(n)} \quad (8)$$

$$\theta(n) = \tan^{-1}\left(\frac{y(n)}{x(n)}\right) \quad (9)$$

$$X(n) = R(n) \cos(\theta(n)) \quad (10)$$

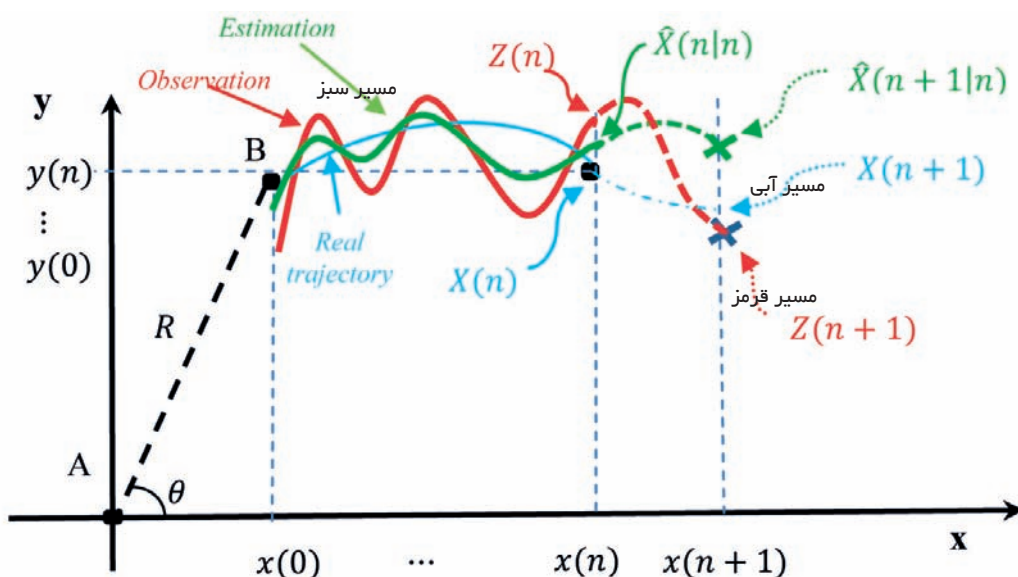
$$y(n) = R(n) \sin(\theta(n)) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \Sigma(n+1|n) - \Sigma(n+1|n)H^T(n+1)[R(n+1) \\ & + H(n+1)\Sigma(n+1|n)H(n+1)^T]^{-1}H(n+1)\Sigma(n+1|n) \quad \Sigma(n+1|n) \\ & = F(n)\Sigma(n|n)F^T(n) + G(n)Q(n)G^T(n)\Sigma(0|0) = 0, \hat{X}(0|0) = 0 \end{aligned}$$

در رابطه (Δ) ، $k(n+1)$ به عنوان بهره فیلتر کالمن و $\Sigma(n+1|n+1)$ به عنوان ماتریس کواریانس تخمین در نظر گرفته شده فیلتر کالمن با استفاده از روابط بازگشتی سعی در بدست آوردن بهترین تخمین در هر لحظه با توجه به تخمین مرحله قبل و مشاهده جدید می‌کند. نکته قابل توجه در ردیابی اهداف راداری این است که رادار به عنوان سنسور اندازه‌گیری پارامترهای هدف، فاصله تا هدف (R) و زاویه دید هدف (θ) را نسبت به شمال جغرافیایی و در هر مرحله نمونه‌برداری در اختیار قرار می‌دهد، حال آنکه فرمول (۱) و (۲) شبیه‌سازی رادار در مختصات کارتزین است و فیلتر کالمن استاندارد نیز بر اساس رابطه (۱) که یک رابطه خطی است عمل می‌کند. شکل (۱) برای توضیح اصول کارکرد فیلتر کالمن در دو مختصات کارتزین و قطبی ترسیم شده است.

متحرک در صفحه دو بعدی X و Y از نقطه B در حال حرکت است (مسیر آبی) مشاهده‌گر یا رادار در مبدا مختصات در نقطه A قرار داشته و هدف متحرک p را با فاصله R و تحت زاویه θ در نقطه شروع مشاهده می‌کند (مسیر قرمز). در واقع آنچه رادار از هدف مشاهده می‌کند فاصله قرارگیری هدف و زاویه دید آن از نقطه قرارگیری رادار است. طبیعتاً به علت وجود خطای مشاهده در مختصات قطبی، مختصات و یا مسیر واقعی هدف در دسترس نبوده تنها مشاهدات رادار که همان مسیر قرمز است در اختیار قرار دارد بنابراین بکارگیری یک فیلتر کالمن در مختصات کارتزین با استفاده از مشاهدات راداری در مختصات قطبی یا بردار در هر لحظه و یافتن بهترین تخمین برای بردار حالت $x(n)$ یا $\hat{x}(n)$ می‌باشد (مسیر سبز). دینامیک واقعی رادار به عنوان سنسور اندازه‌گیری پارامترهای هدف در مختصات قطبی یا مختصات سنسور شامل فاصله قرارگیری هدف و زاویه قرارگیری آن نسبت به رادار، به عنوان بردار مشاهده سیستم به شکل زیر بیان می‌شود.

$$\begin{bmatrix} Z_R(n) \\ Z_\theta(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(n) \\ \Theta(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_R(n) \\ V_\theta(n) \end{bmatrix} \quad (6)$$



شکل ۱: اصول کار فیلتر کالمن در مساله ردیابی هدف دینامیک خطی در مختصات کارتزین و مشاهدات غیر خطی در مختصات قطبی

با جایگذاری (۷)، (۸) و (۹) در رابطه (۶) می توان رابطه بین مشاهدات یا اندازه گیری ها در مختصات قطبی و حالات سیستم در مختصات کارتزین را به شکل زیر بدست آورد:

$$\begin{bmatrix} Z_R(n) \\ Z_\theta(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{x^2(n) + y^2(n)} \\ \tan^{-1}(\frac{y(n)}{x(n)}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_R(n) \\ V_\theta(n) \end{bmatrix} \quad (12)$$

چنانچه مشاهده می شود، رابطه (۱۲) یک رابطه غیر خطی بین مشاهدات در مختصات سنسور و حالات سیستم در مختصات کارتزین بوده که به شکل زیر قابل بازنویسی است:

$$Z_p(n) = h(X_c(n) + V_p(n)) \quad (13)$$

n نیز معرف تابع غیر خطی و بردار مشاهدات در مختصات قطبی می باشد.

با توجه به غیر خطی بودن رابطه (۱۳)، فیلتر کالمن استاندارد که بر اساس مدل خطی دینامیک حرکت هدف و مشاهدات تحقق یافته است، کارایی ندارد. برای رفع این مشکل می توان از روش های حل معادلات غیر خطی نظیر EKF و UKF استفاده نمود. در ادامه ضمن اشاره مختصر به اصول کار فیلتر کالمن، روابط مورد استفاده در هر یک از روش های غیر خطی فوق را بیان نموده، به معرفی روش تبدیلی مورد نظر در این مقاله پرداخته و ضعفها و پیچیدگی های حاکم بر روش های غیر خطی را بررسی می نمایم.

۳- اصول کار فیلترهای خطی و غیر خطی مبتنی بر کالمن

تئوری فیلتر کالمن، که توسط آقای کالمن در سال ۱۹۶۰ به سختی به عنوان تز دکتری پذیرفته شد [۵] و جهت چاپ در مجلات معتبر آن دوره با عدم استقبال مواجه گردید، در عمل یکی از موفقترین روش های تخمین و پیش بینی محسوب گردید فیلتر کالمن در سال ۱۹۹۴ به عنوان موفقترین یا کارآمدترین تئوری از میان تئوری های متنوع کنترلی در انجمن برق و الکترونیک^{۱۳} برگزیده شد. دو دلیل عمده موفقیت فیلتر کالمن در کاربردهای وسیع آن از ناوبری، هدایت و رهگیری اهداف راداری گرفته تا پردازش سیگنال های دیجیتال و رفع نویز را می توان به شکل زیر دانست:

۳-۱- عدم نیاز به مدل دقیق از دینامیک سیستم

در مدل دینامیکی حرکت هدف رابطه (۱) که از آن به عنوان مدل استاندارد بیزین یاد می شود چنانچه اشاره گردید می توان عدم قطعیت های ناشی از فرآیند را توسط W نمایش داد در صورتی که عدم قطعیت مدل یا دینامیک از خطاهای سنسور اندازه گیر بیشتر باشد فیلتر کالمن با توازن که بین تخمین یک مرحله رو به جلو و مشاهدات بوجود می آورد می تواند به یک تخمین معقول دست یابد.

۳-۲- عدم محدودیت در پیاده سازی سخت افزاری

معمولاً از فیلتر کالمن به عنوان یک رویت گر بهینه، به عنوان دوگان کنترل بهینه یاد می شود به لحاظ پیاده سازی و در بکارگیری عملی برای یک کنترل کننده بهینه که محصول آن یک بهره فیدبک حالت است نمی توان این بهره را بدون محدودیت افزایش داد این موضوع به محدودیت های فیزیکی عملگرهای سیستم باز می گردد. ولیکن در مورد فیلتر کالمن بهره فیلتر یعنی $k(n)$ را به هر میزان می توان دست کاری نمود در برخی از روش های اصلاح گام همگرایی حتی این بهره فیلتر به میزان چند برابر مقدار محاسبه شده باز تنظیم^{۱۴} می شود. اساس کار فیلتر کالمن استاندارد که توسط آقای کالمن در سال ۱۹۶۵ میلادی مطرح گردید برای سیستم دینامیکی (۱) را می توان در رابطه خلاصه شده زیر دید:

$$\hat{X}(n+1|n+1) = \quad (14)$$

$$\hat{X}(n+1|n) + K(n+1)[Z(n+1) - \hat{Z}(n+1|n)]$$

در واقع در این رابطه که اساس کار کلیه فیلترهای خطی و غیر خطی کالمن مانند EKF و UKF و ... نیز محسوب می شود مبتنی بر در اختیار داشتن $\hat{X}(n+1|n)$ به عنوان پیش بینی یک مرحله رو به جلوی بردار حالت سیستم، در اختیار بودن $\hat{Z}(n+1|n)$ به عنوان پیش بینی یک مرحله رو به جلوی بردار مشاهده رادار در لحظه $n+1$ و نیز امکان به روز رسانی $K(n+1)$ به عنوان بهره فیلتر کالمن می باشد (شکل ۱). در حالت سیستم خطی محاسبه دو شبه مشاهده^{۱۵} $\hat{X}(n+1|n)$ و $\hat{Z}(n+1|n)$ به راحتی از دینامیک هدف به شکل زیر قابل دسترسی و محاسبه هستند:

$$\hat{X}(n+1|n) = F(n)\hat{X}(n|n) \quad (15)$$

$$\hat{Z}(n+1|n) = H(n+1)F(n)\hat{X}(n|n) \quad (16)$$

چنانچه در شکل (۱) مشخص است، تخمین یک مرحله رو به جلوی بردار حالت را می توان به نوعی امتداد مسیر پیش بینی شده حرکت هدف در لحظه n برای لحظه $n+1$ دانست. همچنین در فیلتر کالمن استاندارد، اثبات می شود که ماتریس بهره فیلتر کالمن به شکل زیر است:

$$K(n+1) = P_{zz}(n|n)P_{zx}(n|n)^{-1} \quad (17)$$

در این رابطه $P_{zx}(n|n)$ را ماتریس کواریانس مشترک بین تخمین بردار حالت و تخمین بردار مشاهده و $P_{zz}(n|n)$ را به عنوان ماتریس کواریانس تخمین بردار مشاهده می شناسیم. در حالت تخمین و پیش بینی در یک سیستم مشاهده راداری با دینامیک خطی در مختصات کارتزین مانند رابطه (۱) و یا معادله مشاهده غیر خطی مانند رابطه (۱۳) همچنان تخمین های یک مرحله رو به جلو برای $\hat{X}(n+1|n)$ بر اساس رابطه (۱۵) و $\hat{Z}(n+1|n)$ به صورت زیر قابل دسترس می باشند [۱۶]:

$$\hat{Z}(n+1|n) = h[\hat{X}(n+1|n)] = h[F(n)\hat{X}(n|n)] \quad (18)$$

در واقع اساس کار فیلتر کالمن استاندارد در حالت خطی یا غیر خطی به این صورت می باشد که با تخمین ضریب بهره $K(n+1)$ مناسب، پیش به مشاهده $\hat{X}(n+1|n)$ یا تخمین قبلی^{۱۶} از مسیر حرکت هدف و باقیمانده مشاهده $\hat{Z}(n+1|n) - Z(n+1)$ ایجاد توازن نموده به تخمین بعدی^{۱۷} یا نهایی برای $\hat{X}(n+1|n)$ دست یابد البته این برقراری توازن بین این دو نوع از اطلاعات از تخمین هدف بر اساس میزان کواریانس های این دو یعنی $P_{zz}(n|n)$ و $P_{zx}(n|n)$ در رابطه بهره کالمن صورت می پذیرد. فیلتر کالمن توسعه یافته تلاش می کند مساله محاسبه ضریب بهره کالمن را در مدل های غیر خطی، با خطی سازی روابط و تبدیل آن ها به مدل استاندارد بیزین مرتفع سازد. حال آنکه فیلتر کالمن بی بو مبتنی بر استفاده از مفهوم بردارهای سیگما، جهت محاسبه ماتریس کواریانس مشترک بین تخمین بردار حالت و تخمین بردار مشاهده و $P_{zz}(n|n)$ ، و ماتریس کواریانس تخمین بردار مشاهده نظیر $P_{zx}(n|n)$ است [۱۶].

۴- فیلتر کالمن توسعه یافته

چنانچه بیان شد یکی از مشکلات استفاده از فیلتر کالمن استاندارد محدودیت کار در مواجهه با مسایل غیر خطی است. از این رو در دهه هشتاد میلادی، روش فیلتر کالمن توسعه یافته به عنوان یک روش حل مسایل غیر خطی مورد توجه قرار گرفت [۷]. این روش با توجه به بسط

$$\lambda = \alpha^2(L + \kappa) - L$$

در رابطه (۲۲)، $\chi(n/n)$ را می‌توان ماتریس بردارهای سیگما نامید همچنین $\sqrt{(L + \lambda)P(n/n)}$ را می‌توان به‌عنوان ماتریس انحراف معیار وزن یافته تخمین بردار حالت در نظر گرفت اندیس ۱ اشاره به آمین بردار ستونی ماتریس $\chi(n/n)$ دارد. λ یک ضریب مقیاس 18 و α میزان انحراف بردارهای سیگما از مقدار میانگین را مشخص می‌کند که معمولاً $0.001 < \alpha < 1$ انتخاب می‌گردد. K دومین ضریب مقیاس بوده که معمولاً $3 - L$ انتخاب می‌شود.

$$\chi_i(n+1/n) = F(n)\chi_i(n/n) \quad (23)$$

$$z_i(n+1/n) = h(\chi_i(n+1/n)), i = 0, 1, \dots, 2L$$

در فرمول فوق بردار $\chi_i(n/n)$ ، آمین بردار ستونی ماتریس $\chi(n/n)$ است.

$$\hat{X}(n+1/n) = \sum_{i=0}^{2L} W_i^m \chi_i(n/n) \quad (24)$$

$$\bar{P}(n+1/n) =$$

$$\sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} \left[\chi_i(n+1|n) - \hat{X}(n) \right] \left[\chi_i(n+1|n) - \hat{X}(n) \right]^T + GQG^T$$

$$\hat{Z}_p(n+1) = \sum_{i=0}^{2L} W_i^m z_i(n+1|n)$$

و در نهایت برای دستیابی به یک تخمین مناسب از حالت سیستم داریم

$$\hat{X}(n+1/n+1) = \hat{X}(n+1/n) + \kappa(n+1)[Z_p(n+1) - \hat{Z}_p(n+1)] \quad (25)$$

چنانچه از (۲۳) مشخص است تعداد بردارهای z_i ، $2L+1$ بردار بوده که برای محاسبه یک تخمین مناسب از \hat{Z}_p می‌توان فرمول زیر را بکار برد.

$$P_{XZ}(n+1) =$$

$$\sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} \left[\chi_i(n+1|n) - \hat{X}(n+1) \right] \left[z_i(n+1|n) - \hat{Z}_p(n+1) \right]^T \quad (26)$$

$$\kappa(n+1) = P_{XZ}(n+1)P_{ZZ}^{-1}(n+1)$$

$$P(n+1/n+1) =$$

$$\bar{P}(n+1/n) - \kappa(n+1)P_{ZZ}(n+1)\kappa(n+1)^T$$

$$W_0^m = \lambda(L + \lambda) \quad (27)$$

$$W_0^c = \lambda(L + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta)$$

$$W_i^m = W_i^c = 0.5(L + \lambda) \quad i = 1, \dots, 2L$$

$$i = 0, \dots, 2L$$

وزن‌های ثابت و محاسبه شده بر حسب پارامترهای W_i^m, W_i^c می‌باشد. به این ترتیب UKF قادر به تخمین حالات سیستم $X(n)$ بوده و از روی آن طبق روابط تبدیل مختصاتی (۸) و (۹) می‌توان کلیه پارامترهای هدف از جمله فاصله هدف و سمت آن را محاسبه نمود. چنانچه اشاره شد یکی از معایب این روش پیچیدگی

سری تیلور تابع غیرخطی $h(0)$ حول نقطه کار و با صرف نظر نمودن از جملات درجه دوم و بالاتر در این بسط، به خطی‌سازی رابطه غیرخطی می‌پردازد بر این اساس می‌توان گفت، خطی‌سازی حول نقطه میانگین و کوواریانس فعلی تخمین حالات هدف، با استفاده از بسط تیلور صورت می‌پذیرد. خطی‌سازی تابع $h(0)$ در رابطه (۱۳) در این روش منجر به معادله رویت گر به شکل زیر می‌شود:

$$Z_p(n) = H_j(n)X(n) + V_e(n) \quad (19)$$

این رابطه با استفاده از بسط تیلور رابطه غیر خطی (۱۳) و صرف نظر کردن از جملات درجه دوم و بالاتر به شکل زیر خواهد بود:

$$Z_p(n) = \begin{bmatrix} \hat{x}(n-1) & \hat{y}(n-1) \\ \sqrt{\hat{x}(n-1)^T + \hat{y}(n-1)^T} & \sqrt{\hat{x}(n-1)^T + \hat{y}(n-1)^T} \\ -\hat{y}(n-1) & \hat{x}(n-1) \\ \hat{x}(n-1)^T + \hat{y}(n-1)^T & \hat{x}(n-1)^T + \hat{y}(n-1)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(n) \\ v_x(n) \\ y(n) \\ v_y(n) \end{bmatrix} + V_p(n) \quad (20)$$

در روش EKF، $\hat{x}(n-1)$ و $\hat{y}(n-1)$ با توجه به مقادیر تخمین شده قبلی مولفه‌های بردار حالت موجود می‌باشد در واقع طبق رابطه (۲۰) ماتریس ژاکوبین که در جایگاه ماتریس مشاهده قرار دارد در هر مرحله بر اساس تخمین بردار بدست آمده حالت از مرحله قبل، تخمین شده می‌شود که این خود باعث افزایش خطای رهگیری می‌شود. محاسبه ماتریس ژاکوبین همراه با خطا بوده و در سناریوهای که زاویه قرارگیری هدف نزدیک ۹۰ درجه است، ماتریس ژاکوبین صورت پذیرفته در رابطه (۲۰) تقریب خوبی از معادله غیرخطی تانژانت معکوس در رابطه (۹) نبوده و نیاز به در نظر گرفتن مشتقات مراتب بالاتر در بسط سری تیلور بوده امری که در رابطه ماتریس ژاکوبین دیده نمی‌شود.

۵- فیلتر کالمن بی‌بو

جولیر و اولمان [۱۰]-[۱۱] UKF را بر اساس یک روش ابتکاری که جانشین EKF در حل مسایل غیرخطی می‌شود، پیشنهاد دادند. در این نگرش جهت محاسبه ممان‌های $Z_p(n)$ در رابطه غیرخطی (۱۳) از روی ممان‌های $X_c(n)$ ، ابتدا تعداد $2L+1$ بردار سیگما $\chi_i(n)$ برای $i=0, \dots, 2L$ برای بردار $X_c(n)$ در نظر گرفته می‌شود. بردارهای سیگما برای یک فرآیند تصادفی در روش UKF معرف خصوصیات آماری حول میانگین آن متغیر یا فرآیند تصادفی بوده که ممان‌های آماری نظیر میانگین و واریانس به شکل مجموع وزن یافته این بردارهای سیگما قابل محاسبه هستند. L بعد بردار حالات $X(n)$ است. فرمول بندی فیلتر UKF به شکل زیر است:

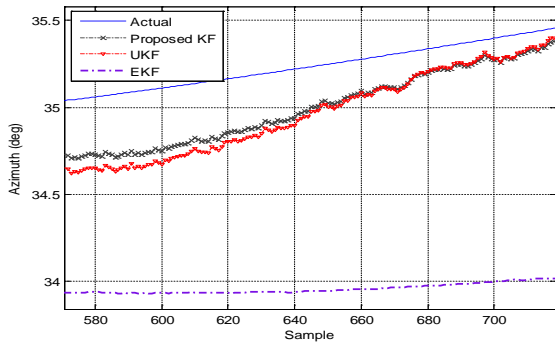
$$\bar{X}(0) = E\{X(0)\}$$

$$P(0) = E\left\{ \left(X(0) - \bar{X}(0) \right) \left(X(0) - \bar{X}(0) \right)^T \right\} \quad (21)$$

در رابطه فوق $P(0)$ ماتریس کوواریانس خطای تخمین حالات سیستم در لحظه شروع می‌باشد. محاسبه ماتریس بردارهای سیگما برای هر n به شکل زیر انجام می‌شود:

$$\chi(n/n) = \left[\hat{X}(n/n) \quad \hat{X}(n/n) \pm \sqrt{(L + \lambda)P(n/n)} \right] \quad (22)$$

$$n = 0, 1, \dots$$



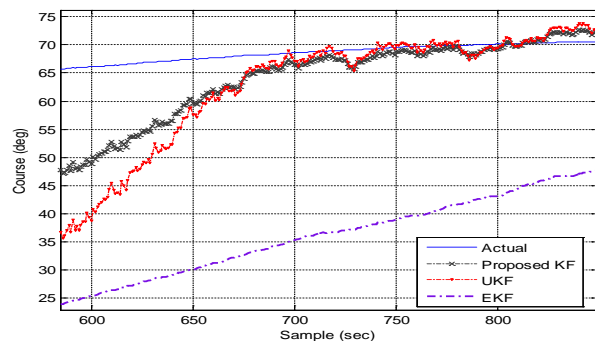
شکل ۵: سمت واقعی هدف (0) و تخمین آن با روش پیشنهادی در مقایسه با دو روش EKF و UKF

دو پارامتر اساسی در تخمین هدف، پارامترهای کورس^{۲۳} و سرعت^{۲۴} است که بسیاری از روش‌های تخمین و ردیابی هدف در سنجش این دو پارامتر دارای ضعف می‌باشند این دو پارامتر از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

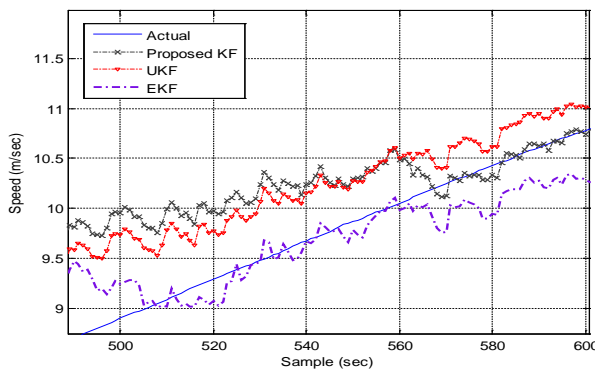
$$\varphi(n) = \tan^{-1}(v_x(n)/v_y(n)) \quad (36)$$

$$S(n) = \sqrt{v_x^2(n) + v_y^2(n)}$$

($\varphi(\cdot)$) کورس هدف و ($S(\cdot)$) سرعت هدف می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های (۶) و (۷) آمده است.



شکل ۶: کورس واقعی هدف ($\varphi(\cdot)$) و تخمین آن با روش پیشنهادی در مقایسه با دو روش EKF و UKF



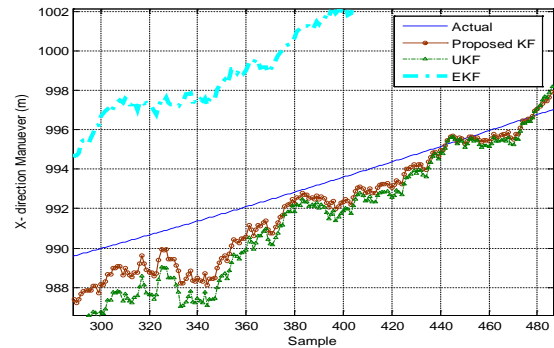
شکل ۷: سرعت واقعی هدف ($S(0)$) و تخمین آن با روش پیشنهادی در مقایسه با دو روش EKF و UKF

در پایان برای دستیابی به نتایج قابل استناد در تمامی سناریوها از روش مونت کارلو و با تکرار برنامه در بازه متنوعی از سناریوها استفاده

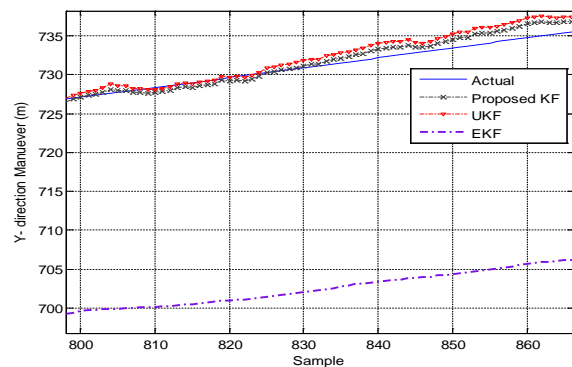
می‌شود. ماتریس کواریانس خطای سیستم و اندازه‌گیری به ترتیب به شکل زیر انتخاب شده‌اند.

$$Q = \begin{bmatrix} 0.3 & & \\ & 0.3 & \\ & & \dots \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 100 (m^2) & & \\ & \dots & \\ & & 0.005 (rad^2) \end{bmatrix}$$

شکل‌های (۲) و (۳) مسیر واقعی و تخمین‌های آن با روش پیشنهادی در مقایسه با دو روش EKF و UKF در طول دو محور X و Y را نشان می‌دهد. نمودارهای مورد نظر برای زمان‌هایی از مسیر حرکت بزرگنمایی شده است.

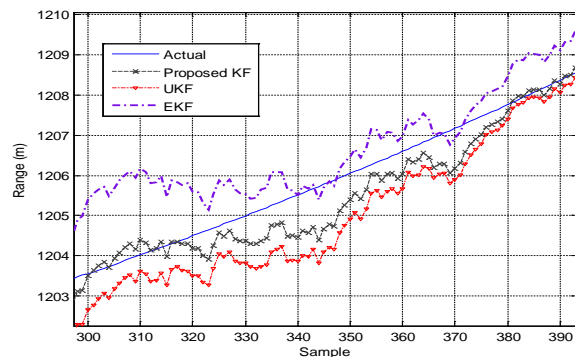


شکل ۸: مسیر واقعی هدف و تخمین آن با روش پیشنهادی در مقایسه با دو روش EKF و UKF در طول محور X



شکل ۹: مسیر واقعی هدف و تخمین آن با روش پیشنهادی در مقایسه با دو روش EKF و UKF در طول محور Y

شکل‌های (۴) و (۵) با در اختیار داشتن مقادیر X و Y در هر لحظه از فرمول‌های (۱۰) و (۱۱) قابل محاسبه است. چنانچه مشاهده می‌گردد روش پیشنهادی دارای تخمین‌های بهتری نسبت به روش‌های EKF و UKF در مختصات قطبی، نیز می‌باشد.



شکل ۱۰: فاصله واقعی هدف ($R(0)$) و تخمین آن با روش پیشنهادی در مقایسه با دو روش EKF و UKF

- filter to nonlinear systems," In Proc. of 11th Int. Symp. On Aerospace/ Defence Sensing, Simulation and Controls., 1997.
- [12] S. J. Julier and J. K. Uhlmann, "Unscented filtering and nonlinear estimation," In Proc. IEEE, vol. 92, no. 3, pp. 401-422, Mar. 2004.
- [13] F. C. Schweppe, Uncertain Dynamic Systems, Prentice-Hall. 1973.
- [14] R. V. D. Merwe, "Sigma-point Kalman filters for probabilistic inference in dynamic state-space models," Electrical and computer engineering, Ph.D. dissertation, Oregon Health Sciences Univ., Portland, OR, 2004.
- [15] R. V. D. Merwe, J. F. G. de Freitas, A. Doucet and E. A. Wan, "The unscented particle filter," Technical report, Dept. of Engineering, University of Cambridge, 2000.
- [16] E. A. Wan and R. V. D. Merwe, "The unscented Kalman filter for nonlinear estimation," In Proc. Of IEEE Symposium 2000 (AS-SPCC), Oct. 2000.
- [17] X. R. Li and Y. Bar-Shalom, "A recursive multiple model approach to noise identification," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., AES-30(3):671-684, July 1994.
- [18] M. E. Hough, "Improved performance of recursive tracking filters using batch initialization and process noise adaptation," AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 22(5):675-681, 1999.
- [19] P. O. Gutman and M. Vegler, "Tracking targets using adaptive Kalman filtering," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., AES-26:691-699, Sept. 1990.
- [۲۰] حمید خالوزاده، علی کارساز، «تخمین پارامترهای اهداف راداری با مانور بالا» مجله مهندسی برق و الکترونیک ایران، ۱۳۸۶.
- [21] A. Karsaz, H. Khaloozadeh, "An optimal two-stage algorithm for highly maneuvering targets tracking," Signal Processing., 2009, vol. 89, pp. 532-547.
- [22] Z. Beheshtipour; H. Khaloozadeh, An innovative fuzzy covariance presetting for high maneuvering target tracking problems," 2009 Chinese Control and Decision Conference, pp. 5623-5628, 2009.
- [23] M. H. Bahari, F. N. Moharrami, A. Karsaz, "Tracking a High Maneuver Target Based on Intelligent Matrix Covariance Resetting", International IEEE Conf. ISPA 2007, To be published.
- [24] M. Schimmack; B. Haus, P. Mercorelli "An Extended Kalman Filter as an Observer in a Control Structure for Health Monitoring of a Metal-Polymer Hybrid Soft Actuator," IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, issue, 99, pp. 1-1, 2018.
- [25] S. Yang and H. Li, "Application of EKF and UKF in Target Tracking Problem", 2016 8th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics (IHMSC), 2016.

پی‌نوشت‌ها

- 1- Maneuvering target tracking
- 2 - Extended Kalman filter
- 3 - Unscented Kalman filter
- 4- Jacobian matrix
- 5- Real time
- 6- Sigma vector
- 7- Bayesian model
- 8- Stochastic process
- 9- Moments
- 10- Completely Unknown
- 11- Fisher model
- 12- sensor coordinates
- 13- IEEE
- 14- Preset
- 15- Pseudo observation
- 16- Priori estimation
- 17 - Posteriori estimation
- 18--Scaling factor
- 19- Noise level adjustment
- 20 - Equivalent noise
- 21 - Adaptive Kalman filter
- 22- Matrix covariance presetting
- 23-Course
- 24 - Speed

شده است. تعداد سناریوهای در نظر گرفته شده ۱۲۰۰ سناریو بوده که این سناریوها در رنج، سمت، سرعت و کورس‌های مختلف هدف اجرا شده است. بر این اساس نتایج حاصله در جدول (۱) ذکر شده است.

جدول ۱: مقایسه نتایج شبیه‌سازی در ۱۲۰۰ مختلف سناریوهای متفاوت هدف اجرا برنامه

خطای تخمین و رهگیری هدف (STD)			
پارامتر تخمینی	فیلتر کالمن پیشنهادی	فیلتر کالمن UKF	فیلتر کالمن EKF
$x(0)$	1.6536	2.2149	9.4537
$y(0)$	4.3150	3.8505	12.5538
$R(0)$	2.3022	2.5347	1.9901
$\theta(0)$	2.3022	2.5347	0.6996
$\varphi(0)$	29.3359	40.5995	37.3001
$S(0)$	2.8223	2.5600	4.5048

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش جدید مبتنی بر تبدیل پارامترهای اندازه‌گیری شده هدف از مختصات قطبی به کارتزین در مساله ردیابی اهداف با مانور معرفی گردیده است. با بکارگیری تکنیک ارایه شده فیلتر کالمن استاندارد براحتی می‌تواند در حل مساله غیرخطی ردیابی هدف در مختصات قطبی پیاده‌سازی شود. برتری و سادگی پیاده‌سازی روش جدید در مقایسه با روش‌های EKF و UKF در بخش نتایج شبیه‌سازی ارایه شده است.

۹- مراجع

- [1] M. Dahmani, A. Meche, M. Keche, and K. Abed-Meraim. An improved fuzzy alpha-beta filter for tracking a highly maneuvering target. Aerospace Science and Technology, 58:298-305, September 2016.
- [2] A. Meche, M. Dahmani, M. Keche, and A. Ouamri. Pseudo steady state filters for target tracking with polar measurements. Aerospace Science & Technology, 43:14-15, April 2015.
- [3] S. Jia, Y. Zhang, G. Wang., "Highly maneuvering target tracking using multi-parameter fusion singer model," Journal of Syst. Engineering and Electronics, vol., 28, 5, pp. 841-850, 2017.
- [4] H. Khaloozadeh, A. Karsaz, "Modified input estimation technique for tracking manoeuvring targets," IET Radar Sonar Navig., 2009, vol. 3, No. 1, pp. 30-41.
- [5] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problem," Trans. of the ASME, Journal of Basic Engineering, 1960.
- [6] A. J. Haug, K. R. Ford "An end-point-constrained extended Kalman filter for tracking maneuvering near-radially inbound targets," 2016 19th International Conference on Information Fusion (FUSION), pp. 312-318, 2016.
- [7] J. Korn, S. W. Gully and A. S. Willsky, "Application of the generalized likelihood ratio algorithm to maneuver detection and estimation," In Proc. 1982 American Control Conference, pp. 792-798.
- [8] X. Lin, T. Kirubarajan, Y. Bar-Shalom and S. Maskell, "Comparison of EKF, pseudomeasurement and particle filters for a bearing-only target tracking problem," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., 2002.
- [9] P. R. Mahapatra and K. Mehrotra, "Mixed coordinate tracking of generalized maneuvering targets using acceleration and jerk models," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., AES-36(3):992-1001, 2000.
- [10] S. J. Julier and K. Uhlmann, "Unscented filtering and nonlinear estimation," In Proc. IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, vol. 92, no. 3, pp. 401-422, March 2001.
- [11] S. J. Julier and J. K. Uhlmann, "A new extension of the Kalman